

動く算額としてのタブレットの活用事例について

高木和久（高知工業高等専門学校）

概要：算額は江戸時代に木製の額に和算の問題や解法を記して神社や仏閣に奉納したものがある。タブレット端末も形状は長方形の板であるので、これを1枚の算額に見立て、学生に1台ずつタブレット端末を渡して算額の問題を解かせた。タブレット端末上の図形は学生が指でドラッグしてその形状を自由に変える事ができ、図を見ながらの学習よりもより深い学びを実現することができた。

キーワード：タブレット，算額，和算，動的オブジェクト

1. はじめに

小学校，中学校の次期学習指導要領では，主体的・対話的で深い学びに焦点が置かれており，ICTの積極的な利用も求められている。そして，全国の小学校，中学校にはタブレット端末が次々と導入され，様々な実践が行われている。

本校には45台のiPad miniがあり，これを利用して算額の図形問題に関する数学の授業を行った。

算額は江戸時代に木製の額に和算の問題や解法を記して神社や仏閣に奉納したもので1000枚弱の算額が現存している。タブレット端末も形状は長方形の板であるので，これを1枚の算額に見立て，学生に1台ずつタブレット端末を渡して算額の問題を少し改良したものをアクティブラーニングの形式で解かせた。

算額の図形は板に彫ったものであるからもちろん動かないが，タブレット端末上の図形は学生が指でドラッグしてその形状を自由に変える事ができ，図を見ながらの学習よりもより深い学びを実現することができた。

2. アクティブラーニング室について

本校には机や椅子を自由に動かして協同学習をするための教室があり，アクティブラーニング室と呼ばれている。今回の授業は高知高専の1年生2クラスを対象に，このアクティブラーニング室で行った。図1，図2はアクティブラーニング室の写真である。ホワイトボードや電子黒板，大画面テレビも設置されている教室である。



図1. アクティブラーニング室（後方）



図2. アクティブラーニング室（前方）

3. 教材の配布方法について

この授業では紙のプリント教材を配布するとともに，iPad miniで使用するためのアプリをJavascriptを用いて作成した。作成したアプリはHTML5に対応するブラウザ上で作動するので，Windows PCやiPad，あるいは学生の所持するスマートフォンでも利用することができる。

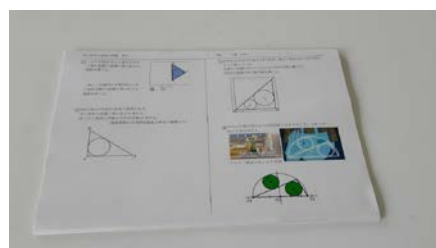


図3. 卓上に置かれたプリント教材

iPad mini はアクティブラーニング室内の2つの収納庫に保管されているが、アクティブラーニング室では他の授業も行なわれていて教室の空き時間が少ない。更に、放課後も英語部などが利用しており、45台のiPad miniに事前に教材をインストールしておくことが不可能である。そこで価格が3000円程度のWiFiストレージを5台購入した。これらに事前に教材をインストールしておき、授業が始まってから学生が各自WiFiストレージにアクセスし、その授業で使用するアプリをダウンロードする方式をとった。アプリのファイルサイズは100キロバイト程度と小さいため、43名の学生が同時に利用しても、スムーズに授業を行う事ができた。

図4はiPad miniのWiFi設定の画面である。WiFiの接続先を、学生が5つのWiFiストレージの中から自分で選んで接続する。

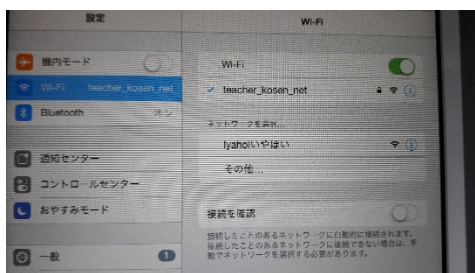


図4. WiFiストレージの内容が表示されたところ

WiFiストレージに接続すると図5のようにアプリの一覧が表示される。他の学年でも色々なアプリ(動的オブジェクト)を使って協同学習をしているのでアプリは学年別にまとめられている。



図5. WiFiストレージの内容が表示されたところ

4. 教材の例

(1) 三角形の内接円の半径を求める

半径 r の円が三角形 ABC に内接しているとき、円の半径を求める公式 $r = \frac{2 \times \text{面積}}{\text{周の長さ}}$ を学生に発見させる授業を行った。図6はこの授業で使用したアプリである。3つの頂点は学生が指でドラッグして位置を変える事ができ、また r の値は自由に設定することができる。学生には r の値を色々変えて面積と周囲の長さを比較するよう指示し、内接円の半径を求める公式を発見するよう促した。

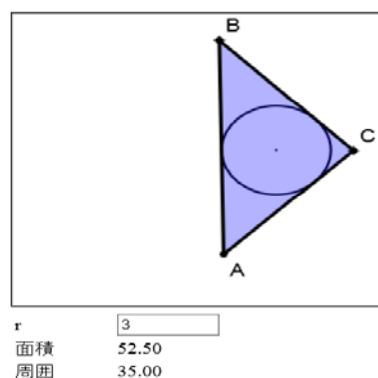


図6. 内接円の半径に関する教材

(2) 琴平神社の算額の問題

図7は内接円の半径を求める問題で、栃木県皆川の琴平神社に奉納された算額の図形と同じである。正方形の1辺の長さは12である。このとき $AB = 12, BE = 9, AE = 15$ であるから、下の内接円の半径 r は(1)で述べた公式を用いて

$$r = \frac{2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 9}{12 + 9 + 15} = 3$$

と計算できる。

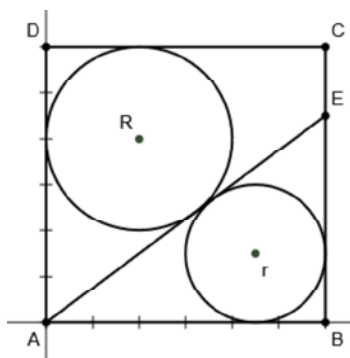


図7. 2つの円の半径を求める問題

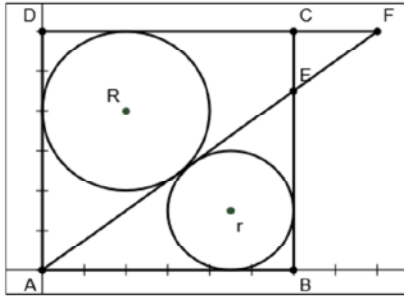


図 8. 補助線を引いて三角形を作る

では、上の円の半径 R はどのようにすれば求められるであろうか。図 8 のように補助線を引くとこの円は三角形 ADF の内接円になっているので半径を求めることができる。授業では、補助線を引かせる代わりにタブレット上で自由に動かせる直角三角形を与えて学生にこの問題を解かせた。(図 9, 図 11)

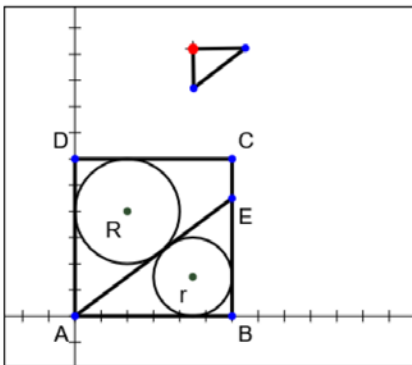


図 9. 自由に動かせる直角三角形を与えた

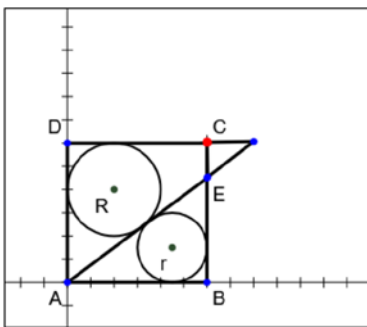


図 10. 直角三角形を移動させて問題を解く

(3) 1つの直線に内接する複数の円の半径

群馬県高崎市の幸宮神社の算額には図 11 のような 3 円が描かれており、大円 C と中円 B の直径から小円 A の直径を求める問題が出題されている。

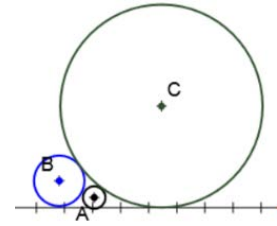


図 11. 幸宮神社の算額に見られる 3 つの円
算額にはこのように同一の直線に接する円が数多く登場する。そこで、3 つの円の半径を自由に変えられるようにし、円もドラッグで動かせるようにして 3 円が同一の直線に接するときの円の半径の間に成り立つ関係式を調べさせた。(図 12)

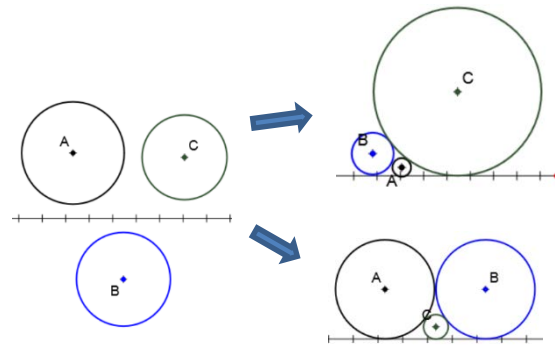


図 12. 同じ直線に接する 3 つの円

ある程度時間が経過したあと、3 つの円の半径を $n^2, (n+1)^2, n^2(n+1)^2$ とすると上のパターンになり、 $n, 4n, 4n$ とすると下のパターンになる事を説明し、この他に成り立つパターンがないかどうかを調べさせた。

(4) 2直線に内接する 3 つの円

算額の問題では、図 12 のような接し方の円もたびたび登場する。このとき、円 A の半径を $\frac{1}{a}$ 、円 B の半径を x 、円 C の半径を y とすると等式 $y = ax^2$ が成り立つ。この関係を利用して 2 次関数 $y = ax^2$ のグラフを描くアプリを作成した。

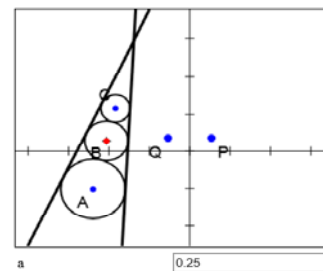


図 13. $y = ax^2$ のグラフを描く

a の値はボックスに数値を入力することで自由に変更することができる。座標が (x, y) である点がP, 座標が $(-x, y)$ である点がQである。PとQは移動するとその軌跡が描かれるようになっている。

点Bをドラッグして円の半径 x を変えると2点P, Qがそれに連動して移動し, 結果として座標平面上に $y = ax^2$ のグラフが描かれる。(図14)

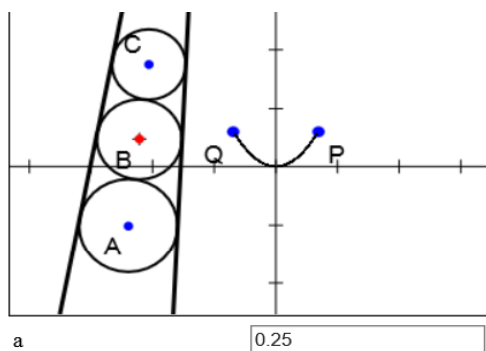


図14. $y = ax^2$ のグラフが描かれる

(5) 正三角形の中の接する2円

図15は正三角形の中に2つの円を接するように入れたものである。円の半径を x, y とし, 座標が (x, y) である点を R とすると R の描く軌跡はだ円の一部となる。これには学生も強く興味を惹かれたようで, その理由に興味を持ったり, だ円の中心や焦点の座標を考えたりしていた。

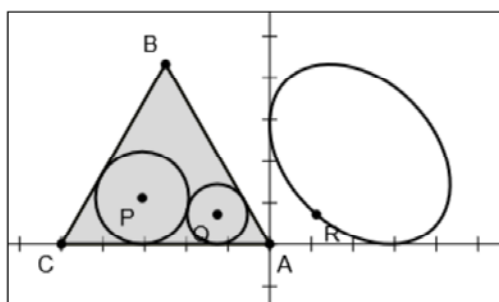


図15. 正三角形の中の2つの円の半径

5. 考察

2(3)で取り上げた, 同じ直線に接する3つの円の問題では, 本当は同一直線に接しないが小さな誤差のため肉眼では判別できず, 接する円の半径の組み合わせとしてリストに取り上げる例が続出した。そこでアプリを改良し, 円が接するかどうかを表示す

るようにした。

また, 2(5)は同じ問題を5年生の選択授業でも取り上げた。円の半径を x, y とし, 座標が (x, y) である点を R とすると R の描く軌跡はだ円の一部となる。このことを式で証明する問題を出题した。

解答は以下の通りである。2つの円の中心間の距離が $x + y$ であることから関係式

$$\{\sqrt{3}(x + y) - a\}^2 = 4xy$$

が得られる。変数変換 $X = x - \frac{\sqrt{3}}{4}a, Y = y - \frac{\sqrt{3}}{4}a$ によって平行移動したあと原点の回りに45度回転させた曲線の方程式は $4x^2 + 8y^2 = a^2$ となり, この曲線がだ円であることがわかる。

$ax^2 + bxy + cy^2 = d$ という式で与えられる曲線を原点の回りに適当な角度回転させて曲線の形状を調べさせる問題は大学生(高専生)にとっては陳腐なものであるが, 本問の点 R の軌跡がだ円の一部となることは意外性があり, 学生の興味を引いたようである。

算額や和算の問題は難解なものが多く, 今の教育制度の中ではなかなか利用しにくいテーマではあるが, タブレット端末を上手に利用することで低学力の学生でも手の届く教材に仕上げることができた。

今後も和算について研究を深め, 新しい教材を創出してゆきたい。

参考文献

- [1]高木和久, 動画や動的オブジェクトを含む数学のCBT問題の試作, 高知高専学術紀要第62号 PP.37-46, 2017
- [2]KAZUHISA TAKAGI, Movies for Mobile Phone in which Virtual High School Students Teach Mathematics, Proceedings of 5th International Symposium on Education, Psychology and Society P.237, 2017
- [3]KAZUHISA TAKAGI, Movies and Dynamic Mathematical Objects on Trigonometry for Mobile Phones, International Journal of Social, Behavioral, Educational, Economic, Business and Industrial Engineering Vol:11, No:4, 2017 PP. 841-845, 2017. 4. 27-28